UMA NOVA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: O MÉTODO HEURÍSTICO E A REFORMA FRANCISCO CAMPOS.

ALVAREZ, Tana Giannasi – PUC/SP

PIRES, Inara Martins – PUC/SP

GT: Educação Matemática /n.19

Agência Financiadora: Não contou com financiamento.

1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Esta análise está baseada na Reforma Francisco Campos de 1931 que teve, como um dos seus principais objetivos, a organização do sistema educacional brasileiro. Para a disciplina Matemática no Ensino Secundário, as inovações se concentraram em novas orientações metodológicas, dentre outras, as quais incluíam o emprego de um método heurístico e a junção das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria em apenas uma, a Matemática. A autoria dessas novas diretrizes metodológicas se deve a Euclides Roxo, então catedrático do Colégio Pedro II e o mais importante idealizador e escritor desta reforma para esta disciplina, como demonstra o trabalho de ROCHA (2001). A intenção desta análise é verificar como os autores dos livros didáticos de Matemática, da época, traduziram as novas orientações referentes ao método heurístico em suas obras e até que ponto se distanciaram ou se aproximaram desta idéia inovadora trazida pela Reforma, ou seja, em que medida os autores dos livros didáticos se apropriaram[1] das idéias da reforma e como isto pode ser percebido em suas obras.

1.2 – EUCLIDES ROXO, A REFORMA CAMPOS E O MÉTODO HEURÍSTICO.

Euclides Roxo nasceu em Aracaju, Sergipe, no dia 10 de dezembro de 1890 e faleceu no Rio de Janeiro, em 21 de setembro de 1950. Iniciou sua carreira de docente

[1] O termo usado se refere à apropriação de uma idéia segundo Roger Chartier, a qual sofre várias influências durante a sua interpretação, tais como o interesse, o modo e a experiência que o leitor possui ao executar sua leitura, bem como a finalidade e a intenção de fazê-la. Desta forma, a apropriação de uma mesma proposta, por exemplo, poderá ser distinta para diferentes leitores, o que indica que ela não será trabalhada exatamente do mesmo modo como foi idealizada.

em 1915 como professor substituto de Matemática do Colégio Pedro II, sendo, em 1919, nomeado professor catedrático de Matemática e Espanhol. Foi ainda Diretor do Externato deste mesmo colégio entre 1925 e 1930 e Diretor do Internato de 1930 a 1935. Além disso, foi catedrático concursado do Instituto de Educação; Diretor do ensino secundário do Ministério da Educação e Saúde; participante do Conselho Nacional de Educação; Presidente da Comissão Nacional do Livro Didático e membro da Associação Brasileira de Educação. Segundo ROCHA (2001), tornou-se o mais importante idealizador da Reforma Francisco Campos, cabendo-lhe a autoria tanto das orientações metodológicas, como do conteúdo programático.

O programa de Matemática do Ensino Secundário para a Primeira Série (atual 1ª série do 3º Ciclo do Ensino Fundamental) era disposto em três tópicos: Iniciação geométrica, Aritmética e Álgebra. As instruções pedagógicas se pautavam sobre os seguintes temas: aplicação de um método heurístico, as conexões entre os pontos de vista aritmético, algébrico e geométrico, a noção de função como idéia central do ensino, a inter-relação da Matemática com outras disciplinas e o emprego de problemas clássicos e curiosos, bem como os fatos importantes que revelam a história da Matemática. Cabe aqui destacar que dentre os itens de orientação metodológica, este trabalho irá privilegiar o estudo do método heurístico. Este item foi caracterizado na Reforma da seguinte maneira:

> O ensino se fará, assim, pela solicitação constante da atividade do aluno (método heurístico), de quem se procurará fazer um descobridor e não um receptor passivo de conhecimentos. Daí a necessidade de se renunciar completamente à prática de memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras e ao estudo sistemático das demonstrações já feitas. Ao invés disso, deve a matéria ser levada ao conhecimento do aluno por meio da resolução de problemas e de questionários intimamente coordenados. Assim os problemas não se devem limitar a exercícios dos assuntos ensinados, mas cumpre sejam propostos como processo de orientar a pesquisa de teoremas e de desenvolver a presteza na conclusão lógica. (ROCHA, 2001:210).

Etimologicamente, a palavra heurístico, segundo o dicionário Houaiss, possui uma origem controversa, na qual algumas pessoas acreditam derivar do verbo grego *heurisko* que significa “encontrar, descobrir, inventar, obter”, e há quem prefira derivar de *heurística*, comparando com o francês *heuristique* que é um adjetivo "que serve para a descoberta; arte de fazer descoberta", provavelmente emprestado do alemão *Heuristisch* , por intermédio de um latim científico *heuristicus*. A palavra heurístico denomina um adjetivo relativo ou próprio da heurística, sendo esta última a arte de inventar, de fazer descobertas ou a ciência que tem por objeto a descoberta dos fatos; na Pedagogia, heurística significa o método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar.

Euclides Roxo deixa explícito em suas orientações da Reforma Francisco Campos que o conteúdo deve ser ensinado de acordo com a maturidade do aluno, tendo como ponto de partida a intuição, para aos poucos ir agregando elementos lógicos.

Ao utilizar o método heurístico, o professor deverá conduzir a atividade de maneira que o aluno consiga, na medida do possível, descobrir sozinho as verdades matemáticas, não permitindo, então, que o mesmo se torne um receptor passivo de conhecimentos. Essa descoberta deverá se dar por meio da resolução de problemas, que visam orientar a pesquisa de teoremas e o desenvolvimento do raciocínio lógico, que serão orientados através de questionários intimamente coordenados. O aluno deverá ter contato primeiramente com as noções intuitivas, com exemplos concretos e, se possível, instrumentos móveis, para posteriormente obter um conhecimento tácito sobre as proposições empregadas, ou seja, parte-se do conhecimento intuitivo para atingir posteriormente a Matemática mais formal e dedutiva.

> Ensinar heuristicamente não é sinônimo de nada ensinar; se, na verdade, dizer explicitamente a solução completa seria falsear o espírito do método, o aluno deve, entretanto ser ajudado de acordo com as circunstâncias, por perguntas, sugestões, ou ainda esboçando-lhe uma linha de ataque ou iniciando a resolução. Convém, entretanto, que o aluno seja inteirado do objetivo alvejado, para melhor cooperar com o mestre, ao invés de supor como poderia parecer, que este procede daquele modo por incivilidade ou preguiça. (ROXO, apud DUARTE, 2002, 121)

O método heurístico está apoiado no método indutivo, que diferentemente do método dedutivo, não tem como ponto de partida os teoremas e axiomas, e sim a intuição do aluno, privilegiando o ponto de vista psicológico. Ao trabalhar com a intuição, estamos trabalhando com a Matemática como ciência viva, o mesmo não acontece com o método dedutivo, no qual ao se abordar os teoremas e axiomas como ponto de partida, está se afirmando, mesmo que subliminarmente, que a Matemática é uma ciência pronta.

> Do mesmo jeito que a humanidade não criou, de súbito, a matemática, em sua forma logicamente cristalizada, não pode o individuo aprendê-la assim pronta e acabada, para desse modo adquirir uma nova faculdade – o raciocínio. (ROXO, 1937:72).

A experiência, a intuição e a indução deverão ser aplicadas até que o aluno compreenda os conceitos e, a partir de então, possa ser exigido dele o rigor, dependendo da sua faixa etária, pois a criança possui uma lógica própria que se desenvolve com o seu amadurecimento e que deve ser respeitada, uma vez que o pensamento lógico não pode ser constituído e imposto segundo um modelo pré-determinado por um adulto.

Segundo Roxo, deve-se deixar que o aluno tente a seu modo resolver os problemas que lhe são propostos, para depois moldar seu pensamento de maneira que se torne mais formal. Não será com a apresentação brusca do pensamento lógico formal que se pode educar a inteligência da criança. A capacidade de abstrair e deduzir formalmente irá aumentar lentamente, desde que seja desenvolvida naturalmente.

1.3 – UMA VULGATA PARA A REFORMA CAMPOS

A importância do uso de livros didáticos como fontes de pesquisa é explicada por André Chervel, notável historiador das disciplinas escolares, que afirma que os livros de um determinado período irão definir uma vulgata, ou seja, estes livros não diferem substancialmente uns dos outros.

> Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constantes da edição escolar (CHERVEL, 1990:203).

É necessária uma amostra representativa de livros didáticos para podermos descrever e analisar uma vulgata, uma vez que esta evolui e se transforma, nem sempre de forma gradual e contínua. A vulgata em vigência sofre modificações com o aparecimento de um manual inovador, e com isto possibilita o surgimento de novas obras, mais comedidas e que se tornarão bastante representativas a ponto de constituírem uma nova vulgata. No caso da Reforma o representante deste manual inovador é o livro de Euclides Roxo.

> Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos transitórios, ou de crise, em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os novos métodos, ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata (CHERVEL, 1990:204).

A análise de livros que constituem a vulgata pode revelar como as orientações idealizadas em uma reforma são interpretadas e utilizadas por seus autores, evidenciando, assim, o sucesso ou não dos ideais reformadores, tal como orienta Wagner Valente.

> Caberá ao historiador indagar em que medida o aparecimento de uma nova proposta – apresentada num manual audacioso e inédito – foi capaz de fertilizar produções didáticas posteriores e ser apropriado por elas, a ponto de ser constituída uma nova vulgata que, em certa medida, poderá atestar o sucesso da nova proposta contida no manual transformador (VALENTE, 2002:42).

Na seleção da instrução metodológica sobre o método heurístico, foram escolhidos os seguintes tópicos do conteúdo programático para estudo: números relativos e equações, e os seguintes livros: Matemática Elementar - Volume I de Euclides Roxo, datada de 1929; Primeiro Ano de Matemática de Jácomo Stávale, datada de 1940 (15ª edição); Lições de Matemática - 1º ano (1ª série) de Algacyr Munhoz Maeder, datada de 1934 e Matemática - 1º ano de Cecil Thiré e Mello e Souza, datada de 1934 (6ª edição).

A obra de Euclides Roxo foi escolhida por ter se caracterizado como um manual inovador, com a finalidade de apresentar uma nova didática baseada no método heurístico. Esta obra tinha como diferencial não se preocupar somente com as aprovações nos exames, mas sim fazer com que o aluno ampliasse sua cultura através dos conhecimentos matemáticos adquiridos, evitando que o mesmo se preocupasse em apenas decorar regras e memorizar os métodos de resolução. A intenção do seu autor era de viabilizar os ideais trazidos pela reforma.

As demais coleções foram escolhidas por terem sido consideradas obras representativas, tal como o livro de Jácomo Stávale que, segundo PFROMM NETTO (1974), teve mais de 150 edições, atingindo um número aproximado de um milhão de exemplares vendidos, e por terem sido as precursoras dos livros didáticos que tinham como objetivo reformular o ensino de Matemática segundo diretrizes da Reforma Francisco Campos, constituindo, assim, uma nova vulgata.

1.4 – O MÉTODO HEURÍSTICO NO ENSINO DOS NÚMEROS RELATIVOS E EQUAÇÕES.

Em relação ao estudo dos números relativos ou qualificados, a reforma trazia uma orientação específica:

> A noção de números qualificados e as regras de operações com os mesmos serão, ainda, apoiadas na noção de segmentos dirigidos e de outras grandezas mensuráveis susceptíveis de sentido. As regras da adição e subtração, suas propriedades associativas e comutativas serão estabelecidas por meio de exercícios, que obriguem o aluno a refletir antes de efetuar o cálculo indicado. Deste modo se prepara a redução dos termos semelhantes (ROCHA, 2001:211).

Em relação às equações, as orientações da reforma explicitam:

> A noção de equação surgirá naturalmente na resolução de problemas simples de aritmética, com uma só incógnita e do primeiro grau.
> É mister que na primeira fase do estudo das equações se evite a sistematização do processo de resolução. Antes convém que o aluno

> seja obrigado a repeti-lo e a raciocinar em cada um dos casos numéricos apresentados de acordo com o critério de complexidade crescente.(ROCHA, 2001:211-212).

O livro de Euclides Roxo, escritor das orientações da reforma em questão, pode ser traduzido como o exemplo fiel dos ideais inovadores. O autor inicia o capítulo sobre números relativos discutindo a necessidade de se estender os resultados para as subtrações do tipo a - b, exemplificando operações com números positivos sobre a reta numérica como deslocamentos de segmentos orientados. Após estabelecer o zero como nenhum deslocamento e definir números relativos, valores absoluto e simétrico, traz para o aluno uma série de problemas a serem resolvidos sobre a reta numérica, que têm a intenção de provocar a reflexão entre os deslocamentos e as operações matemáticas, tal como notamos no exemplo citado abaixo:

> 2. A que distância e em que sentido do ponto de partida se acha um automóvel que percorre distâncias para o leste (+) e para oeste (-), de acordo com os seguintes pares de números: +35 e depois -8? -48 e depois +32? -15 e depois +15? +55 e depois +25? -80 e depois -38? (ROXO, 1929:126).

Em seguida, o autor estuda a representação gráfica com números qualificados, pedindo a construção de tabelas e gráficos, que são realizados sob diversos contextos como temperaturas, alturas e profundidades, posses e dívidas e saldos no comércio, tal como vemos a seguir:

> 1. Trace, no papel quadriculado, um gráfico para representar as seguintes leituras horárias, começando às 10h: +3º.6; -1º.8; -2º.4; -5º.2; -3º.4; -1º.8; +2º.5; +3º.6; +6º.4; +8º.3; 10º; +10º.6. (ROXO, 1929:130).

As operações de adição e subtração são realizadas graficamente por meio de exercícios resolvidos e a serem resolvidos pelos alunos e, desta mesma forma, procede com a multiplicação e divisão, além de extrair dos resultados de exercícios as propriedades comutativa e associativa e a regra dos sinais.

> A adição de números positivos e negativos pode ser explicada graficamente.(...)
>
> 1. Achar graficamente a soma de (+7) com (-3). Si (+7) representa uma distância percorrida para leste e (-3) uma distância percorrida para oeste, então (+7)+(-3) indica a direção e a distância do ponto de chegada ao ponto de partida de um automóvel que percorreu (+7) milhas e depois (-3) milhas. (...) Isso pode ser expresso em símbolos pela igualdade:
>
> (+7) + (-3) = (+4). (...)
>
> 92. Comutatividade. - Os exercícios 2, 3 e 4 mostram que *a soma de números qualificados é comutativa* (...)
>
> A mudança da extremidade da coluna de mercúrio serve de exemplo de uma *diferença* entre duas leituras termométricas sucessivas. Assim, si a primeira leitura é +14 e a segunda +8, a mudança é a diferença entre +14 e +8; ela se obtém contando-se o número de divisões da segunda leitura à primeira. Se o sentido em que conta é *para cima* [grifo do autor] a diferença é *positiva* [grifo do autor], si o sentido é *para baixo* [grifo do autor] a diferença é *negativa* [grifo do autor].
>
> Assim (+14) - (+8) = +6, visto que contamos 6 para cima, de +8 a +14.
>
> Analogamente, mostre que:
>
> (+14) - (-8) = +22 (...)
>
> 4. - Achar o produto de (-5) por (-4).
>
> *Resolução:* De acordo com as convenções feitas nos ex. 1, 2 e 3, (-5)(-4) significa que (-5) deve ser marcado quatro vezes no sentido oposto ao de (-5) Assim,
>
> (-5)(-4) = (+20).
>
> 96.- Regra dos sinais para a multiplicação. - Dos exercícios 1 a 5, concluímos a seguinte regra para determinação do sinal de um produto(...) (ROXO, 1929:134-143).

A seqüência apresentada possui uma linguagem clara e de fácil compreensão. É bastante visível o emprego de um método heurístico, pois o aluno é requisitado a participar do estudo constantemente, através dos diversos exercícios numéricos e problemas verbais propostos ao longo de todo o capítulo, e esta era a intenção de Roxo, uma vez que deixou explícito, em suas orientações, a postura ativa do aluno, que deveria deixar de ser um simples receptor passivo de conhecimentos. Com um mínimo de explicação, o autor propõe problemas ao aluno que devem ser resolvidos baseados em uma pequena discussão anterior sobre o tema. O desenvolvimento de toda a teoria se dá passo a passo, sem nenhum exagero teórico. Em geral, as regras de sinais, bem como as regras que envolvem as operações com os números relativos são retiradas dos resultados dos exercícios, como conseqüências dos mesmos, caracterizando, assim, o pensamento indutivo a ser empregado conjuntamente com o método heurístico.

Em relação às equações lineares, o autor explica como utilizá-las dando um exemplo do movimento uniforme. Representa várias sentenças que poderão ser resolvidas aritmeticamente ou por meio de equações. Os primeiros exercícios são resolvidos mentalmente utilizando a intuição, uma vez que não tinha sido abordada nenhuma regra para a resolução.

> 1. Que número deve ser somado a 7 a fim de dar 25 para soma? (...)
> 3. Se de um certo número se tira 12, o resto é 9; qual é esse número? (ROXO, 1929:150).

Roxo faz um paralelo com as resoluções aritméticas, pontuando para o aluno as vantagens destas resoluções e explicando como chegar ao resultado. Começa a trabalhar com as resoluções algébricas da seguinte maneira:

> I – Dividir uma fita com 42 metros em duas partes de modo que uma tenha 5 vezes o comprimento da outra.
> **Resolução arithmetica** [grifo do autor]
> A parte menor é um certo comprimento.
> A parte maior é 5 vezes esse comprimento.
> A fita tem, pois, um comprimento igual a 6 vezes a parte menor. (...)
> **Resolução algébrica** [grifo do autor].
> Seja x o número de metros da parte menor.
> Então 5x é o número de metros da parte maior, 5x + x ou 6x (...), devemos ter:
> 6x = 42(...). ROXO (1929:151).

Ao longo do capítulo, a linguagem que Roxo utiliza é clara e de fácil compreensão. Roxo faz, sempre que possível, uma conexão entre a Álgebra, a

Geometria e a Aritmética, isto pode ser percebido no tópico em que trabalha com o perímetro da circunferência. Para desenvolver este trabalho, faz figuras e pede que os alunos meçam objetos para que possam concluir qual a relação existente entre o diâmetro e o perímetro de uma circunferência. ROXO (1929:157) aproveita o momento para introduzir o número π:

> Tome vários objetos circulares (moedas, garrafas, rolos, etc.) e meça cuidadosamente o comprimento de um fio enrolado sobre eles.
> Depois meça o diâmetro a cada um desses objetos.
> Divida cada circunferência pelo diâmetro correspondente.(...)
> O seu valor é 3,14 ou $\frac{22}{7}$ *aproximadamente* [grifo do autor]...

Esta atividade exemplifica a manipulação de objetos com a intenção de desenvolver um conhecimento tácito, defendido por Roxo na Reforma Francisco Campos. O axioma da subtração só será trabalhado após a explicação de alguns termos utilizados na Matemática, a resolução de alguns problemas orais e, o mais importante, após a resolução feita pelo aluno de vários desses problemas. O axioma da subtração, o último tópico do capítulo, é citado fazendo um paralelo com a balança, o texto escrito relata uma conversa com o aluno, onde ele acompanha o raciocínio, como coloca ROXO (1929:159):

> Um saquinho de grãos, de peso desconhecido, que representaremos por x, é colocado, juntamente com um peso de 20 gramas, num dos pratos de uma balança e faz equilíbrio a um peso de 53 gramas colocado no outro prato. (...)
> Quanto pesa o saquinho de grãos?
> O problema pode ser posto em equação do seguinte modo: $x + 20 = 53$
> Achar x.
> Se tirássemos 20 g. de cada um dos pratos, a balança continuaria evidentemente em equilíbrio e teríamos, de um lado, o peso x, do outro 33 g.; logo $x = 33$ g.

O paralelo com a balança permite que o aluno, de maneira indutiva, compreenda e saiba utilizar o axioma da subtração, sem que ele seja explicitado de maneira formal. Os problemas que são sugeridos para os alunos como exercícios abordam diferentes assuntos, tais como perímetros, distâncias e velocidade. O autor emprega em diversos momentos o método heurístico, pois o aluno é sempre convidado a participar acompanhando a explicação e desenvolvendo o seu raciocínio. As atividades são desenvolvidas permitindo que o aluno faça descobertas sobre a teoria, axiomas e propriedades matemáticas.

O livro de Algacyr Maeder apresenta uma linguagem que não disfarça seu formalismo. No capítulo de números negativos, o autor expõe a ampliação do campo numérico como necessidade de introduzir estes números na Matemática, porém não leva isto a uma discussão mais profunda com o leitor. Toda a teoria sobre números relativos é apresentada ao aluno por meio de definições, observações, teoremas e regras para se operar com esses números e que é, em geral, exemplificada através de deslocamentos sobre a reta numérica, pela conservação de uma igualdade ou pela relação com o produto da velocidade e do tempo, como podemos verificar nas próximas citações:

> Suponhamos que um móvel se encontra inicialmente no ponto de origem O. Posto em movimento, o móvel percorre o segmento AO = +4m. e depois o segmento AM = +7m. O espaço percorrido pelo móvel será: AO + AM = OM; mas, de acordo com a figura, OM = +11. (...)
>
> Observação. - Vários teoremas se demonstram sobre o produto de diversos fatores algébricos. (...)
>
> 1º Em um produto de fatores algébricos, pode-se inverter a ordem dos fatores. - Exemplo
>
> (+3) x (-5) x (+4) x (-2) = +120.(...) (MAEDER, 1934: 271-280).

Sempre ao estudar os variados casos das operações fundamentais, o autor apresenta uma regra para se proceder com a operação e um resumo de resultados da mesma, tal como a regra dos sinais, chegando a descrever a história dos amigos e dos inimigos.

> 427. Regra. - Para determinar a diferença entre dois números algébricos escreve-se o segundo, *com o sinal trocado,* em seguida ao primeiro.
> 428. Resumo dos resultados obtidos.
> (+5) - (-3) = + 5 -3 = +2 (+a) - (+b) = +a - b (...) (MAEDER, 1934:275).

Diferentemente de Roxo, Algacyr expõe o estudo sobre potências e raízes de números negativos, além de frações numéricas algébricas. O autor relaciona os números relativos com as temperaturas, intervalos de tempo, nivelamentos e longitudes geográficas, porém não explora essas conexões com exemplos variados, deixando bastante superficial a relação da Matemática com outras disciplinas. Não são propostos nenhum exercício e nenhum problema ao aluno durante todo o capítulo, isto nos evidencia a falta do método heurístico, tal como foi orientado na reforma, e que deveria privilegiar a resolução de problemas pelo aluno. Assim, o autor faz com que o aluno tenha uma postura totalmente passiva diante da teoria em estudo, relegando sua participação apenas à leitura. Além disso, o método heurístico, segundo a reforma, deveria sobrepor todo o enunciado abusivo de definições e regras, porém Algacyr faz exatamente o contrário, ao não apresentar nenhum problema para que o aluno desenvolva o conceito em estudo e ao definir formalmente todas as regras possíveis que envolvem as operações com os números relativos.

No capítulo de equações do 1º grau, Algacyr Maeder relaciona num primeiro momento o novo conceito com os problemas resolvidos de maneira aritmética.

> Qual é o número que se deve somar a 7 para obter o total 12?
> Se representarmos o número dado por x, teremos evidentemente 7 + x = 12. (...)
> Ora, de acordo com a definição de subtração, dada do capítulo III, resulta: x = 12 –7. (MAEDER, 1934:305).

Essa maneira de trabalhar não excede a primeira página do capítulo, deste ponto em diante, o autor passa a trabalhar com os axiomas de maneira formal. Após expor esses axiomas, ele comprova, com números, a veracidade destes, supondo que com este artifício o aluno tenha realmente compreendido o que está fazendo na prática, como podemos perceber em MAEDER (1934:307):

> 1º *Somando ou subtraindo aos dois membros de uma equação a mesma quantidade* [grifo do autor] (...) Assim é que se somarmos, por exemplo, 7 a ambos os membros da equação 2x + 1 = 9, a equação resultante 2x + 1 + 7 = 9 + 7, é equivalente à primitiva.
> Com efeito, substituindo, em ambas, a incógnita pelo seu valor, encontramos
> 8 + 1 = 9 e 8 + 1 + 7 = 9 + 7.

No final do capítulo sobre equações, Algacyr propõe alguns problemas orais que tem uma evolução gradativa de dificuldade. O aluno tem, ao final do capítulo, a oportunidade de resolver algumas equações e problemas orais, somente depois de ter tido contato com a regra. Algacyr não utiliza o método heurístico para o desenvolvimento também deste capítulo, uma vez que o aluno não tem a possibilidade de fazer suas próprias descobertas. Em momento algum, o autor faz conexões entre Álgebra, Geometria e Aritmética, mostrando que o seu vínculo com a Álgebra está muito enraizado, uma vez que foi escritor de livros de Álgebra Elementar. Os problemas no final do capítulo não envolvem idéias de Geometria. O aluno não tem contato primeiramente com a noção intuitiva para que possa desenvolver seu raciocínio lógico. A leitura feita pelo aluno é de uma Matemática pronta.

Cecil Thiré e Mello e Souza iniciam o estudo dos números relativos apresentando a necessidade de resolver um problema de percurso em uma certa estrada, que leva ao uso da convenção de números negativos e positivos e da origem como zero. Posteriormente, são expostas as relações destes números com as temperaturas, créditos e débitos e medidas de tempo, seguidas de exemplos através de problemas resolvidos nestes contextos. Os autores utilizam uma linguagem bastante clara e objetiva, apresentando, em geral, definições e exemplos numéricos. As adições entre números relativos são explicadas numericamente e, por vezes, graficamente através da reta, sendo concluídas com o enunciado de uma regra geral. Podemos ver, na citação abaixo, como é apresentada a adição de números negativos:

> Consideremos dois números negativos -5 e -9, por exemplo.

> A soma desses números é -14.
> *A soma de dois números negativos é um número negativo cujo valor absoluto é igual à soma dos valores absolutos obtidos das parcelas* [grifo do autor].
> Exemplo: (-3) + (-5) = -8. (THIRÉ; SOUZA, 1934:288-289).

As propriedades comutativa e associativa são enunciadas, mas não são extraídas dos resultados de exercícios, tal como indicava a orientação específica sobre este conteúdo na reforma. A subtração de números relativos é estudada numericamente e exemplificada pela movimentação de uma pessoa entre andares de um prédio, pela diferença de temperatura em uma cidade e pela dívida de um comerciante, não havendo a utilização de nenhuma representação gráfica neste caso. Da mesma forma, são estudadas a multiplicação e a divisão com a apresentação de exemplos numéricos seguidos do anúncio de uma regra. Podemos verificar, na próxima citação, um exemplo referente à multiplicação:

> Produto de números relativos.
> *III caso - Os dois fatores são negativos* [grifo do autor].
> Nesse caso o produto é positivo:
> (-4) x (-7) = +28
> Em relação a um produto de dois números algébricos podemos concluir:
> *Quando os dois fatores são do mesmo sinal o produto é positivo; quando os fatores forem de sinais contrários o produto é negativo* [grifo do autor]... (THIRÉ; SOUZA, 1934:295-297).

Diferentemente de Roxo, os autores exploram a ordenação dos números negativos e positivos. Thiré e Mello e Souza apresentam em uma nota de rodapé, um único dado histórico sobre o conteúdo estudado. Ao longo de todo o capítulo, não é proposto nenhum exercício ou problema para que o aluno resolva sozinho. Da mesma maneira que Algacyr, os autores não propõem um método heurístico que leva o aluno a refletir sobre o conteúdo estudado, a postura do aprendiz é ainda passiva e nada participativa, ele continua sendo apenas um leitor para o qual é exposta a teoria referente à operação dos números relativos.

Ao iniciar o trabalho com as equações de primeiro grau, os autores começam pela definição de equação, de maneira clara e objetiva, mas não seguem as instruções da Reforma, uma vez que não relaciona o assunto com nenhum problema. Explica e cita as diferentes equações, entre elas, a indeterminada, impossível e equivalente, mas não permite que o aluno faça suas descobertas e também não parte de um problema e sim de regras, propriedades e axiomas prontos. Entre estes axiomas e propriedades existe um tópico que recebe o título de observação e cita a comparação entre a resolução de equações e as balanças.

> Essa comparação não passa de um simples artifício que nos vai permitir dar de uma equação qualquer uma imagem concreta, bem simples... (THIRÉ; SOUZA, 1934:331).

Esta abordagem não utiliza seqüência de perguntas e exercícios que levam o aluno a realizar uma progressão do pensamento lógico. Os poucos problemas que são trabalhados se mostram díspares das idéias da Reforma, pois são resolvidos imediatamente pelo autor, não permitindo uma participação do leitor, apenas a sua compreensão. Não permite um desenvolvimento do pensamento lógico, pois não trabalha com os alunos, mostrando, então, uma Matemática como uma ciência sem vida e, em nenhum momento, relaciona a Álgebra, Geometria e Aritmética. Assim sendo, Cecil Thiré e Mello e Souza colocam o aluno em uma posição de receptor passivo de conhecimentos, não utilizando o método heurístico como metodologia de trabalho. No final do capítulo não existem problemas para serem resolvidos, apenas algumas equações com sua resolução já elaborada.

O estudo dos números relativos, no livro de Jácomo Stávale, é iniciado por uma longa discussão da necessidade de se resolver a subtração 13 - 18 com o uso da reta numérica, esta discussão é bastante semelhante à apresentada por Euclides Roxo, em sua obra. O autor utiliza uma linguagem bastante informal para seu texto, discutindo a relação dos números negativos com os débitos, temperaturas, lucros e prejuízos, e sempre utilizando problemas práticos para a exemplificação. As adições e subtrações são realizadas através de exemplos relatados sobre a reta numérica apesar de não serem apresentadas graficamente uma a uma, e, por vezes, os resultados dessas operações são justificados através de créditos e débitos, como podemos verificar a seguir:

> 2º exemplo: (+8) + (+7). Vamos à fig. 3, procuremos a extremidade do número -7, contemos 12 segmentos para a direita e acharemos +5. Portanto, (-7) + (+12) = +5. (...)
>
> Podemos justificar este resultado de outra maneira. Números negativos são débitos e números positivos são créditos. Maria Lúcia realizou um mau negócio e ficou devendo 7 contos. Alguns dias depois, realizando um bom negócio, tornou-se credora de 12 contos. Ao débito de 7 contos, veio juntar-se um crédito de 12 contos. Feita a liquidação, Maria Lúcia embolsou 5 contos. Portanto, (-7) + (+12) é realmente igual a +5 (STÁVALE, 1940:264).

Após a apresentação destes exemplos, o autor estabelece uma regra para operar a adição e a subtração, seguida da exposição de exercícios orais numéricos para o aluno. A multiplicação e a divisão são apresentadas apenas numericamente, estabelecidas, posteriormente, por uma regra.

> (+8) x 3 = (+8) + (+8) + (+8) = (+24)
>
> (-8) x 3 = (-8) + (-8) + (-8) = (-24)
>
> Consideremos afora as expressões (+8) x (-3) e (-8) x (-3). Desde que o multiplicador é um número abstrato, (-3) significa que os multiplicandos (+8) e (-8) *devem ser subtraídos três vezes* [grifo do autor]. Logo:
>
> (+8) x (-3) = - (+8) - (+8) - (+8) = (-8) + (-8) + (-8) = (-24)
>
> (-8) x (-3) = - (-8) - (-8) - (-8) = (+8) + (+8) + (+8) = (+24) (...)
>
> O *produto de dois números qualificados*, COM O MESMO SINAL... (STÁVALE, 1940:273).

O autor não propõe nenhum problema verbal a ser resolvido pelo aluno, são apresentados apenas exercícios numéricos orais e alguns escritos. Diferentemente de Roxo, o autor estuda a ordenação dos números relativos e as potências de números negativos. Ao final do capítulo, são propostos vários exercícios numéricos que englobam as operações estudadas. Aparentemente em relação aos outros autores analisados, excluindo-se o próprio Roxo, Stávale é o que mais se aproxima do método heurístico orientado na reforma, mesmo não propondo a resolução de problemas verbais, a linguagem informal de seu texto procura uma discussão com o leitor, não apenas uma apresentação do conteúdo, tendo este, ainda, uma preocupação em propor exercícios, ainda que orais, após essas discussões.

Stávale inicia o capítulo de equações de uma maneira muito formal. Parte das definições sem fazer qualquer relação ou comparação com aspectos reais. Dessa forma, não possibilita que o aluno desenvolva o pensamento lógico, apresentando uma matemática como ciência pronta. Anteriormente aos axiomas da adição, subtração, multiplicação e divisão, Stávale faz um breve paralelo com a balança de pratos equilibrados. Mesmo não partindo de problemas para chegar às conclusões lógicas, o autor elabora um texto, no qual o aluno pode não ter o papel de um mero receptor de conhecimentos pois convida-o a participar da discussão, permitindo, então que este parta do intuitivo para chegar às conclusões lógicas.

> Num dos pratos puseram um bronze e um peso de 200 gramas, e no outro puseram quatro pesos (...), num total de 280 gramas. (...) Esta igualdade é uma equação (...). Isto posto, coloquemos mais 50 gramas em cada um dos pratos da balança. (...) Ora, o peso do bronze não se altera, é claro, pelo simples fato de termos colocado mais 50 gramas em cada prato da balança. E concluímos então que as equações (...) Tudo o que dissemos neste parágrafo se resume na seguinte verdade matemática conhecida pelo nome de **Axioma da adição** [grifo do autor]... (STÁVALE,1940:308).

No decorrer do capítulo o autor explica, tal como uma receita, como proceder para resolver as equações, não permitindo, como defendia Roxo, que o aluno possa, ao resolver problemas, evoluir seu pensamento lógico, para posteriormente poder trabalhar com a Matemática de maneira mais formal. Mesmo assim, esse roteiro para se resolver uma equação é elaborado por etapas claras, que permitem o acompanhamento por parte do aluno.

> Resolver a equação $3x - 15 = 5 + 2x$.
> Observemos que o primeiro membro desta equação tem dois termos, um dos quais contém x e o outro não contém x. (...)

> É conveniente passar para o primeiro membro, todos os termos que contém x e, para o segundo, os que não o contém, isto é, os termos conhecidos. De que modo? (STÁVALE; 1940:312).

Stávale apresenta a Geometria como parte de um problema oral, pedindo que se descubra o perímetro. O autor não realiza experimentações com objetos, impossibilitando que o aluno descubra, sozinho, as verdades matemáticas, mas mesmo assim conduz o capítulo possibilitando o desenvolvimento do pensamento lógico através de questionamentos, utilizando assim, aparentemente, o método heurístico. Possibilita que o aluno acompanhe o capítulo, pois aborda noções intuitivas, para posteriormente atingir uma Matemática mais formal, embora em alguns momentos essa passagem seja um tanto quanto rápida.

1.4 – CONCLUSÕES

A Reforma Francisco Campos foi uma das mais importantes propostas educacionais para o Brasil, pois foi a primeira a viabilizar um programa de ensino para todas as disciplinas, tornando-se obrigatória em âmbito nacional. Para a disciplina de Matemática, sua importância foi também fundamental, uma vez que foi a partir desta que se fundiram a Álgebra, a Geometria e a Aritmética em uma única disciplina: a própria Matemática. Esta reforma, através de suas orientações, determinava uma nova didática para o ensino dessa nova disciplina.

Para a Matemática, as orientações metodológicas, bem como os conteúdos programáticos foram definidos por Euclides Roxo, o qual utiliza em seu livro todos os aspectos contidos na reforma, tornando viável os ideais inovadores através desta obra. Porém seu livro não fez parte da vulgata que se estabilizou neste período.

Esta vulgata elaborada para atender à reforma continha, como obras bastante representativas, os livros de Algacyr Maeder, Stávale, Cecil Thiré e Mello e Souza. Contudo a orientação metodológica referente ao método heurístico, idealizado por Euclides Roxo, não foi refletida em nenhuma delas, como mostra a análise anteriormente realizada. Podemos perceber que, nos livros de Cecil Thiré e Mello e Souza e Algacyr Maeder, a Matemática foi apresentada de maneira pronta e expositiva, não permitindo que o aluno descobrisse e refletisse pouco a pouco sobre a teoria apresentada. Esses autores nem se quer propuseram uma participação do aluno através de exercícios e problemas, segundo a orientação da Reforma. No livro de Stávale notamos um diferencial, pois são propostos exercícios orais após a discussão sobre a teoria. Discussão esta apresentada de maneira diferente dos outros autores citados, pois o mesmo procura estabelecer um elo com o leitor, como que o convidando a participar da discussão. Isso fica mais evidente no tópico dos números relativos do que nas equações. Apesar de utilizar exercícios orais durante o estudo dos tópicos, Stávale não faz a discussão da teoria utilizando o método heurístico defendido por Roxo, porém, também, não se tornou tão expositivo quanto os outros três autores.

A proposta educacional trazida pela Reforma não teve o método heurístico como um componente integrado à vulgata que se estabeleceu após sua promulgação. Isso poderia ser explicado pela forma como se deu a apropriação da proposta, pois apesar da reforma ter sido estabelecida por uma lei que atinge a todo o território nacional, não significa que seus ideais foram empregados na sua totalidade, como podemos perceber para o método heurístico.

Referências bibliográficas:

CHERVEL, A. História das Disciplinas Escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria e Educação**, no. 2, Porto Alegre, 1990.

DUARTE, A. R. S. **Henri Poincaré e Euclides Roxo**: subsídios para a história das relações entre filosofia da matemática e educação matemática. São Paulo, 2002. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

HOUAISS, A., VILLAR, M.S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

MAEDER, A. M. **Lições de Matemática - 1º ano (1ª série).** São Paulo/ Caieiras/ Rio de Janeiro: Cia Melhoramentos de São Paulo, 1934.

PFROMM NETTO, S. **O livro na Educação**. Rio de Janeiro: Primor/INL, 1974.

ROCHA, J. L. **A Matemática do curso secundário na reforma Francisco Campos**. Rio de Janeiro, 2001. 228 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

ROXO, E. **Curso de matemática elementar**. v. 1, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1929.

_________ A matemática na educação secundária. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1937.

STÁVALE, J. **Primeiro Ano de Matemática.** 15ª ed. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1940.

THIRÉ, C. e SOUZA, M. **Matemática – 1º ano**. 6ª ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1934.

VALENTE, W. **A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino de Matemática:** aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil. BOLEMA, Rio Claro, v.17, p. 40-51, 2002